Escola Secundária de Pinhal Novo

Ano Lectivo 2008/2009

Ensino Secundário 11ºAno Turma D *Curso de Artes Visuais*

Ficha de Exercícios de Matemática B
25-5-2009

1. A turma da Isabel decidiu fazer arranjos florais, utilizando flores da escola, para vender no Dia dos Namorados.

Idealizaram arranjos formados por margaridas, rosas e violetas.

Dispõem de: 192 margaridas, 88 rosas e 112 violetas.

Pensaram formar dois tipos de arranjos: A e B

Cada arranjo do tipo A:
- será composto por 16 margaridas, 4 rosas e 8 violetas.
-dará um lucro de 3 euros.

Cada arranjo do tipo B:
-será composto por 8 margaridas, 8 rosas e 8 violetas.
-dará um lucro de 2 euros.

1.1. A Isabel sugeriu que se fizessem 7 arranjos de cada tipo.
O Dinis sugeriu que se fizessem 10 arranjos do tipo A e 5 do tipo B.
Averigua se cada uma destas propostas é, ou não, viável, tendo em conta as flores disponíveis.

1.2. Determina o número de arranjos de cada tipo que os alunos devem produzir, para obterem o maior lucro possível (admite que se vendem todos os arranjos).

(in E. N. 2006)

2. Para estudar a Lei do Arrefecimento de um Corpo, a Joana aqueceu uma pequena quantidade de água. Em seguida, deixou-a a arrefecer, medindo a temperatura em vários instantes a partir de um certo instante inicial.

De acordo com a referida lei, em cada instante, a taxa de variação da temperatura é directamente proporcional à diferença entre a temperatura da água, nesse instante, e a temperatura ambiente, que se considera constante.

Tem-se portanto, que

$$T'(t) = k\left[T(t) - A\right]$$

Em que:

- *T(t)* designa a temperatura da água, no instante *t*.
- *T'(t)* designa a taxa de variação da temperatura, nesse mesmo instante.
- *A* designa a temperatura ambiente.
- *k* é a constante de proporcionalidade.

Admite que, durante a experiência, o tempo foi medido em minutos e a temperatura em graus Celsius.
Na seguinte tabela, estão valores da temperatura da água, registados de 0,5 em 0,5 minutos, com início no instante *t=2*.

t	2	2,5	3	3,5
T(t)	85,0	83,8	82,6	81,5

Tendo em conta os dados desta tabela e sabendo que a temperatura ambiente, no local da experiência, era de 25 graus Celsius, estima o valor de *k*
Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

Percorre sucessivamente as seguintes etapas:

- *Determina a taxa de variação média da temperatura da água, nos intervalos* $[2;3,5]$, $[2;3]$ e $[2;2,5]$
- *Tendo em conta os valores obtidos, estima a taxa de variação instantânea da temperatura da água, no instante t=2.*
- *Tendo em conta a fórmula dada acima, estima o valor de k.*

(in E.N. 2006)

3. Uma autarquia pondera o abastecimento anual de energia eléctrica para iluminação da via pública. Para o efeito, a rede nacional pode fornecer-lhe dois tipos de energia: energia de origem convencional, maioritariamente resultante da combustão de fuel, ou, em alternativa, energia eólica.

Para uma cobertura razoável de iluminação, no período nocturno, o consumo anual de energia não poderá ser inferior a 40 *Mwh*.

Por razões ambientais, a autarquia pretende que a quantidade de energia de origem convencional não exceda a quantidade de energia eólica fornecida.

Relativamente à energia de origem convencional, tem-se:
- o preço por cada *Mwh* é de 80 euros.

Relativamente à energia eólica, tem-se:
- o preço por cada *Mwh* é de 90 euros.
- o fornecimento de energia, nesse ano, não poderá ultrapassar os 40 *Mwh*.

Representa por $\boldsymbol{x}$ a quantidade de energia de origem convencional e por $\boldsymbol{y}$ a quantidade de energia eólica consumidas pela autarquia.

Determina que quantidade de energia de cada tipo deve ser consumida, por ano, de modo que possam ser minimizados os custos, tendo em conta as condicionantes referidas.

Percorre, sucessivamente, as seguintes etapas:

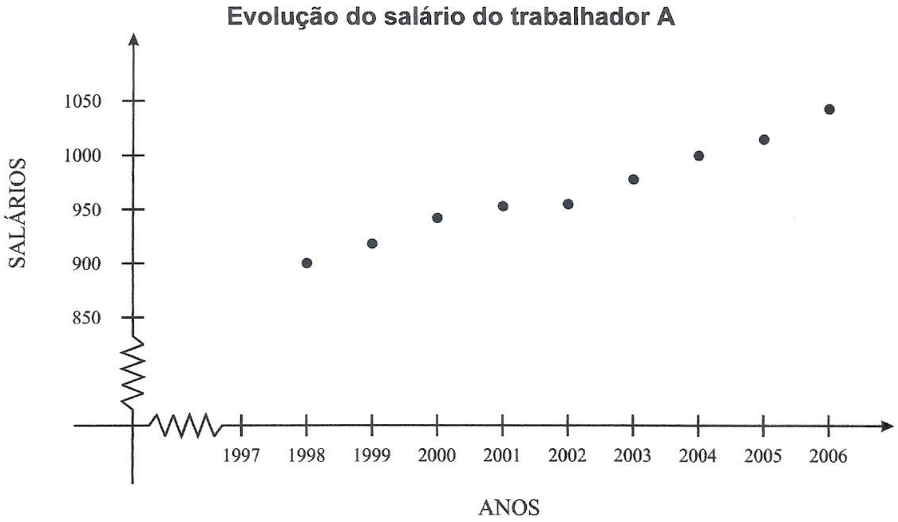
- *Indica as restrições do problema.*
- *Indica a função objectivo.*
- *Representa graficamente a região admissível (referente ao sistema das restrições).*
- *Indica os valores de x e y para os quais é mínima a função objectivo.*

(in E.N. 2007)

4. A evolução da massa salarial de um conjunto de trabalhadores é, por vezes, explicável através de modelos matemáticos.
Numa dada empresa, fez-se um estudo comparativo da evolução dos vencimentos (em euros) de dois trabalhadores, **A** e **B**, entre 1998 e 2006.

- Relativamente ao trabalhador **A,** o valor do vencimento mensal em cada ano, no período compreendido entre 1998 e 2006, é apresentado na tabela seguinte e reproduzido num diagrama de dispersão.

Anos	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Salário	900	918	942	953	955	978	1000	1015	1043



- Relativamente ao trabalhador **B**, sabe-se que, em 1998, recebia mensalmente 652 euros e que, nos anos seguintes, referentes ao período em estudo, o valor do seu vencimento mensal pode ser obtido através do modelo

$$v_n = 652 \times 1{,}0502^{n-1}$$

Nota: a variável *n* está associada aos anos relativos ao período em estudo, concretamente, *n=1* corresponde a 1998, *n=2* corresponde a 1999, etc.

4.1. **Utilizando a calculadora**, indica um valor aproximado do coeficiente de correlação linear entre as variáveis descritas na tabela (anos/salário) referente ao trabalhador **A**.
Apresenta o resultado com duas casas decimais.
Interpreta esse valor, tendo em conta o diagrama de dispersão correspondente.

4.2. Tendo em atenção que o modelo que traduz a evolução do salário do trabalhador **B** é uma progressão geométrica,

4.2.1. indica o primeiro termo e a razão da progressão geométrica em questão.

4.2.2. Um trabalhador aufere, por ano, 12 ordenados mensais mais o subsídio de férias e o décimo terceiro mês, ambos com valor igual ao do ordenado mensal.
Utilizando a fórmula apropriada (que faz parte do formulário), calcula, aproximadamente, o valor da totalidade dos vencimentos auferidos pelo trabalhador **B** entre 1998 e 2006, inclusive.

Nota: Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

(in E.N. 2007)

5. Numa piscicultura, existe um tanque que tem actualmente 300 robalos. Ao serem introduzidas ***x*** trutas no tanque, a proporção *P(x)* do número de trutas, relativamente ao número total de peixes que assam a existir no tanque, é tal que $P(x) = \dfrac{x}{300+x}$.

5.1. A equação *P(x) = 1* é impossível.
Interpreta esta impossibilidade no contexto da situação descrita.

5.2. Pretende-se que a percentagem de trutas, relativamente ao número total de peixes, seja de 25%. Qual é o número de trutas a introduzir no tanque ?

6. Admite agora que, no tanque, existem 300 robalos e 200 trutas.

6.1. Vai ser pescado, ao acaso, um peixe do tanque. Admite que cada peixe tem igual probabilidade de ser pescado.
Qual é a probabilidade de se pescar um robalo ?

6.2. Foram retirados do tanque doze robalos. Os valores dos respectivos comprimentos e pesos são os que constam da seguinte tabela.

Comprimento a (em mm)	157	165	168	159	172	165	166	163	159	169	171	168
Peso p (em g)	52	61	67	60	70	65	66	62	58	72	72	68

Recorrendo à calculadora, determina o coeficiente de correlação linear entre as variáveis a e p, arredondando às centésimas.
Interpreta o valor obtido, tendo em conta a nuvem de pontos que podes visualizar na calculadora.

7. Numa determinada região do interior, as chuvas torrenciais causaram inundações, e a região foi considerada zona de catástrofe. Os prejuízos acentuaram-se muito nas actividades agrícolas. Para enfrentar esta situação, os organismos ligados aos serviços agro-pecuários decidiram adquirir rações para animais. Foram pedidos, com urgência, dois tipos de ração: FarX e FarY.

A FARJO é uma fábrica especializada na produção destes tipos de ração. Estas rações contêm três aditivos: vitaminas, sabores e conservantes.

Por cada tonelada de ração do tipo FarX, são necessários dois quilogramas de vitaminas, um quilograma de sabores e um quilograma de conservantes.

Por cada tonelada de ração do tipo FarY, são necessários um quilograma de vitaminas, dois quilogramas de sabores e três quilogramas de conservantes.

A FARJO dispõe, diariamente, de 16 quilogramas de vitaminas, 11 quilogramas de sabores e 15 quilogramas de conservantes. Estas são as únicas restrições na produção destas rações.

Representa por $\boldsymbol{x}$ a quantidade de ração FarX produzida diariamente, expressa em toneladas e por $\boldsymbol{y}$ a quantidade de ração FarY produzida diariamente, expressa em toneladas.

7.1. É possível a FARJO fabricar, num só dia, 4 toneladas de FarX e 3 toneladas de FarY ? Justifica.

7.2. Quais são as quantidades de ração de cada tipo que devem ser produzidas, de modo que a quantidade total de ração produzida diariamente seja máxima ?

Percorre sucessivamente, as seguintes etapas:

- Indica as restrições do problema;
- Indica a função objectivo;
- Representa graficamente a região admissível, referente ao sistema de restrições;
- Indica os valores das variáveis para os quais é máxima a função objectivo.

(in E.N. 2008)